

针对 MIMO-NOMA 系统中配对弱用户的空时编码方案

龚明言¹, 杨震^{1,2}

(1. 南京邮电大学通信与信息工程学院, 江苏 南京 210003;

2. 南京邮电大学宽带无线通信和传感网技术教育部重点实验室, 江苏 南京 210003)

摘 要: 鉴于多天线—非正交多址 (MIMO-NOMA) 系统中配对弱用户较差的中断性能, 采用 Alamouti 码为弱用户编码, 利用其分集作用来改善弱用户的中断性能, 并推导出所提模型中强用户各态历经容量的闭合表达式以及弱用户各态历经容量、中断概率的边界表达式。另外, 提出了一种优化系统吞吐量的功率分配算法。最后, 数值结果验证了所推表达式的准确性和所提算法的有效性, 也证实了所提编码方案中弱用户的中断性能要远优于目前只采用垂直分层空时码 (V-BLAST) 编码方案中弱用户的中断性能。

关键词: 非正交多址; 多天线; Alamouti 码; 配对用户; 空时编码

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2018109

Space-time coding scheme for the paired weak user in MIMO-NOMA systems

GONG Mingyan¹, YANG Zhen^{1,2}

1. School of Communication and Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China

2. Key Lab of Broadband Wireless Communication and Sensor Network Technology, Ministry of Education, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China

Abstract: In view of the paired weak user's poor outage performance in multiple-input multiple-output non-orthogonal multiple access (MIMO-NOMA) systems, Alamouti code was adopted to encode for the weak user in order to improve its outage performance by means of diversity, and the closed-form expression of the strong user's ergodic capacity as well as the boundary-form expressions of the weak user's ergodic capacity and outage probability was derived in the proposed model. Moreover, a power allocation algorithm for optimizing the system's throughput was proposed. Finally, the numerical results show the accuracy of the derived expressions, the efficacy of the proposed algorithm, and that the weak user's outage performance in the proposed coding scheme is far superior to that in the current coding scheme only adopting vertical Bell lab layered space-time (V-BLAST) code.

Key words: NOMA, MIMO, Alamouti code, paired users, space-time coding

1 引言

当前, 随着对高速数据业务的需求急速增加, 进一步提高频谱效率成为通信领域的研究热点。作为一种新的多址接入技术, 非正交多址接入 (NOMA, non-orthogonal multiple access) 能够极大地改善系统的频谱效率。为此, NOMA 成为 5G 中

的关键技术之一^[1-2]。与传统的正交多址接入 (OMA, orthogonal multiple access) 不同, NOMA 将多个用户的信号叠加在功率域, 即不同的用户可以占用相同的时频资源, 接收机则采用先进的串行干扰消除 (SIC, successive interference cancellation) 技术。通常, NOMA 把更多的功率分配给信道条件较差的用户, 而信道条件较好的用户则相对较少, 所以

收稿日期: 2017-08-19; 修回日期: 2018-05-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61671252)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No.61671252)

NOMA 所获得的性能增益依赖于用户信道条件间的差异性。

多天线输入输出 (MIMO, multiple-input multiple-output) 技术也能够有效地提高系统的频谱效率, 故而将 NOMA 与 MIMO 结合成为 NOMA 研究领域的重要部分之一^[3-4]。与单天线输入输出 (SISO, single-input single-output) 不同, 引入了 MIMO 的 NOMA 系统更加复杂, 其不仅要考虑 SISO-NOMA 里的用户分簇、功率分配, 还要设计波束成形 (也叫预编码)^[5-6]。就目前而言, SIC 多应用于 2 种用户复用的场景 (信道条件好的是强用户, 差的是弱用户), 所以很多论文研究如何从用户群中筛选出一些满足一定信道条件的配对用户, 即用户分簇问题^[6-9]。在 MIMO-NOMA 中, 用户分簇不仅要求较大的信道条件差别, 而且要求较大的信道相关性^[6,7,9]。在用户成功配对后, 为了达到弱用户以及系统的不同服务质量 (QoS, quality of service), 基站把不等的发射功率分配给两用户, 即功率分配问题。一般而言, QoS 不同, 系统的功率分配方案也不会相同。如文献[7,10]所提出的功率分配方案是为了最大化系统的容量, 而文献[11-12]利用比例公平的功率分配方案来达到用户公平的目的。另一方面, MIMO 系统通过对发送信号矢量波束成形来消除或减弱波束间的干扰, 即波束成形问题。在发送端已知信道状态信息 (CSI, channel state information) 的情况下, 文献[13]提出的迫零波束成形 (ZFBF, zero-forcing beamforming) 能够有效地去除波束间的干扰, 这被文献 [7] 应用到 MIMO-NOMA 系统中。另外, 由于 NOMA 系统采用功率域的叠加编码 (SC, superposition coding), 强弱用户的信息共存于同一个波束, 故而强弱用户的波束成形矩阵要根据他们的信道相关性来设计。如在文献[10,14]中, 配对用户的信道没有相关性, 所以强弱用户各自拥有自己的波束成形矩阵; 而文献[7]中的用户对具有信道相关性, 因而采用配对用户分享同一个波束成形矩阵的方案。

如上面所提的论文一样, 现存的大部分关于 MIMO-NOMA 的论文仅考虑弱用户或系统的瞬时频谱效率最优化, 并没有涉及弱用户或系统的中断性能。其实, MIMO 所提供的空间自由度不仅可以用来改善频谱效率, 具体表现在空时码选用垂直分层空时码 (V-BLAST, vertical Bell lab layered space-time), 还可以通过分集技术来提高传输的可

靠性。可以预见, 未来的许多业务都对时延非常敏感, 它们对传输的可靠性要求更加严格, 所以在这些业务中, 较小的中断概率显得尤为重要, 如自动驾驶技术。虽然通过提升弱用户的分配功率可以在提高弱用户信道容量的同时改善其中断性能, 但因其发送功率总是受限的, 改善程度较低, 效果并不理想, 而较差的中断性能必然导致实际传输速率的降低, 进而影响频谱效率。为此, 本文引入了 MIMO 的分集技术到 MIMO-NOMA 系统。

分集技术是解决衰落信道高误码率以及改善中断性能的有效方法之一, 其中, Alamouti 码^[15]是 MIMO 里最简单的分集方式之一, 所以 Alamouti 码被广泛地应用于 MIMO 系统。基于此, 本文首先针对 MIMO-NOMA 系统中配对弱用户较大的中断概率, 采用不同于 V-BLAST 的 Alamouti 码来改善弱用户的中断性能。强用户由于信道条件较好, 中断概率较小, 仍然采用 V-BLAST 来提高系统的吞吐量。接下来分析该编码方案的系统性能, 主要研究弱用户的中断概率, 并与只采用 V-BLAST 的相同 MIMO-NOMA 系统相比较, 一个优化系统吞吐量的功率分配算法被给出。最后通过仿真验证分析的准确性和算法的有效性。

2 系统模型

本文采用经典的单基站、双用户下行链路模型^[4,14], 如图 1 所示, 其中, 基站和用户的天线数均为 2, 两用户是经过用户分簇^[7]的配对用户, 因此, 两用户的信道具有相关性和信道条件差异性, 多址方式采用功率域的 NOMA。有必要说明的是, 基站所服务的其他用户也被分簇, 簇内用户也采用 NOMA 复用, 而簇间通过 OMA 复用。不失一般性, 本文只研究一簇。本文采用 V-BLAST 为强用户编码, 而对弱用户采用 Alamouti 码。基于 Alamouti 码的收发过程分为 2 个时间片, 接收信号矢量表示为

$$\mathbf{Y}_n^i = \mathbf{H}_n^i \mathbf{W}_n \mathbf{S}_n + \mathbf{N}_n^i, \quad n=1,2 \quad (1)$$

其中, \mathbf{H}_n^i 表示二阶信道矩阵, n 表示所处时间片, i 表示用户 (1 表示强用户, 2 表示弱用户), \mathbf{S}_n 表示发送符号矢量, \mathbf{Y}_n^i 表示接收信号矢量, 且 $\mathbf{Y}_n^i = [y_i \ n_1 \ y_i \ n_2]^T$ (1 和 2 表示天线), $\mathbf{N}_n^i = [n_i \ n_1 \ n_i \ n_2]^T$ 表示均值为 0、方差为 σ^2 的加性高斯白噪声矢量, \mathbf{W}_n 表示波束成形矩阵, $[\cdot]^T$ 表示矩阵的转置。为了便于分析, 假

定信道矩阵在 2 时间片保持不变，那么式(1)变成

$$Y_n^i = H^i W S_n + N_n^i, \quad n=1,2 \quad (2)$$

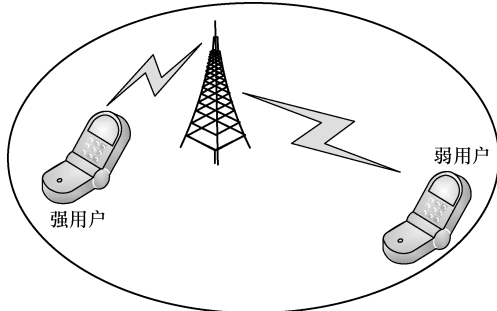


图 1 系统模型

与文献[16]一样，假设基站已知强弱用户的信道方向信息（CDI, channel direction information）和信道的统计特性，并且依据强用户（也被称为簇头（cluster-head））^[6]的 CDI 来进行波束成形，所采用的波束成形方法也是 ZFBF。具体过程如下所示。

首先将强用户的二阶信道矩阵 H^1 分解成行向量的形式，即

$$H^1 = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \|\mathbf{h}_1\| & 0 \\ 0 & \|\mathbf{h}_2\| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{h}}_1 \\ \tilde{\mathbf{h}}_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

其中， $\mathbf{h}_i = [h_{i1} \ h_{i2}]$ ， h_{i1} 和 h_{i2} 表示信道的路径增益， $\tilde{\mathbf{h}}_i = \frac{\mathbf{h}_i}{\|\mathbf{h}_i\|}$ 表示 CDI， $\|\cdot\|$ 表示向量的欧几里德范数。

假设各信道是平坦的瑞利衰落信道且独立同分布（IID, independent identical distribution），那么随机变量 $|h_{i1}|^2$ 与 $|h_{i2}|^2$ 都服从均值为 λ (λ 表示大尺度衰落系数，与离基站的距离有关，且其值远小于 1， λ 也就是前面所说的信道统计特性) 的指数分布。

然后根据 ZFBF^[7,13]原理，基站利用已知的 CDI，将波束成形矩阵设计为

$$W = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{h}}_1^H & \tilde{\mathbf{h}}_2^H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{h}}_1 \\ \tilde{\mathbf{h}}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{h}}_1^H & \tilde{\mathbf{h}}_2^H \end{pmatrix}^{-1} \quad (4)$$

其中， $[\cdot]^H$ 表示矩阵的共轭转置， $(\cdot)^{-1}$ 表示对矩阵求逆。

利用式(4)中推导的波束成形矩阵，强用户的接收信号矢量简化成

$$Y_n^1 = \begin{pmatrix} \|\mathbf{h}_1\| & 0 \\ 0 & \|\mathbf{h}_2\| \end{pmatrix} S_n + N_n^1, \quad n=1,2 \quad (5)$$

接下来，推导弱用户的接收信号矢量。利用已知的 CDI 和信道统计特性，假设在用户分簇后，弱

用户的信道矩阵可以被表示为

$$H^2 = a \begin{pmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \|\mathbf{h}_1\| & 0 \\ 0 & \|\mathbf{h}_2\| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{h}}_1 \\ \tilde{\mathbf{h}}_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

其中， a 表示信道相关性参数，满足 $|a| < 1$ （其模值表示弱用户相对于强用户的信道衰落程度）。式(6)表明强弱用户具有相同的 CDI，但是信道统计特性不同。有必要说明的是，当基站所服务的用户非常多的时候，经过用户分簇，式(6)是可能成立的。从而获得弱用户的接收信号矢量，即

$$Y_n^2 = a \begin{pmatrix} \|\mathbf{h}_1\| & 0 \\ 0 & \|\mathbf{h}_2\| \end{pmatrix} S_n + N_n^2, \quad n=1,2 \quad (7)$$

与 OMA 不同，发送符号矢量 S_n 采用功率域的 SC^[4,14]。具体表达式如表 1 所示。

表 1 不同时间片的发送信息内容

发送信息	第 1 个时间片($n=1$)	第 2 个时间片($n=2$)
S_n	$\sqrt{\alpha P} \begin{pmatrix} s_1^1 \\ s_2^1 \end{pmatrix} + \sqrt{\beta P} \begin{pmatrix} s_1^2 \\ s_2^2 \end{pmatrix}$	$\sqrt{\alpha P} \begin{pmatrix} s_3^1 \\ s_4^1 \end{pmatrix} + \sqrt{\beta P} \begin{pmatrix} (s_2^2)^* \\ -(s_1^2)^* \end{pmatrix}$

其中， $(\cdot)^*$ 表示复数的共轭， α 与 β 分别表示强弱用户的功率分配因子，满足 $\alpha + \beta = 1$ 与 $\alpha < \beta$ ， P 表示基站的单天线发射功率， s_k^i 表示发送给用户 i 的第 k 个符号，不同符号 IID 且满足 $E\{|s_k^i|^2\} = 1$ 与 $E\{s_k^i\} = 0$ ， $E\{\cdot\}$ 表示统计平均。从表 1 可以看到，由于空时编码方案的不同，发送给强用户的符号有 4 个，而弱用户只有 2 个，但传输了 2 次。将 S_n 分别代入式(5)和式(7)，得到的不同天线的接收信号如表 2 和表 3 所示。

表 2 强用户不同时间片接收信息内容

接收信息	第 1 个时间片($n=1$)	第 2 个时间片($n=2$)
y_n^1	$\ \mathbf{h}_1\ (\sqrt{\alpha P} s_1^1 + \sqrt{\beta P} s_1^2) + n_{11}^1$	$\ \mathbf{h}_1\ (\sqrt{\alpha P} s_3^1 + \sqrt{\beta P} (s_2^2)^*) + n_{21}^1$
y_n^2	$\ \mathbf{h}_2\ (\sqrt{\alpha P} s_2^1 + \sqrt{\beta P} s_2^2) + n_{12}^1$	$\ \mathbf{h}_2\ (\sqrt{\alpha P} s_4^1 - \sqrt{\beta P} (s_1^2)^*) + n_{22}^1$

表 3 弱用户不同时间片接收信息内容

接收信息	第 1 个时间片($n=1$)	第 2 个时间片($n=2$)
y_n^2	$a \ \mathbf{h}_1\ (\sqrt{\alpha P} s_1^1 + \sqrt{\beta P} s_1^2) + n_{11}^2$	$a \ \mathbf{h}_1\ (\sqrt{\alpha P} s_3^1 + \sqrt{\beta P} (s_2^2)^*) + n_{21}^2$
y_n^2	$a \ \mathbf{h}_2\ (\sqrt{\alpha P} s_2^1 + \sqrt{\beta P} s_2^2) + n_{12}^2$	$a \ \mathbf{h}_2\ (\sqrt{\alpha P} s_4^1 - \sqrt{\beta P} (s_1^2)^*) + n_{22}^2$

考虑到基站在不同时间片使用 Alamouti 码对弱用户发送了相同的信息，两用户在第 2 个时间片后解码，且利用最大比合并方法（MRC, maximal ratio combining）译出弱用户的信息。具体过程如下所示。

强用户根据表 2 将自己的符号看成干扰，解出

弱用户符号 s_1^2 与 s_2^2 ，并得到其容量表达式，即

$$C_S^{s_1^2} = C_S^{s_2^2} = \text{lb} \left(1 + \frac{\beta(\|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2)}{\alpha \frac{\|\mathbf{h}_1\|^4 + \|\mathbf{h}_2\|^4}{\|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2} + \frac{1}{\rho}} \right) \quad (8)$$

其中, $\rho = \frac{P}{\rho_2}$ 表示信噪比(SNR, signal to noise ratio)。

在正确解出弱用户的符号后, 强用户进行 SIC, 并得到信号矢量 $\mathbf{R}_n = [r_{n1} \ r_{n2}]^T$, 如表 4 所示。

表 4 强用户不同时间片 SIC 后信息内容

SIC 后信息	第 1 个时间片(n=1)	第 2 个时间片(n=2)
r_{n_1}	$\ \mathbf{h}_1\ \sqrt{\alpha P s_1^1 + n_{11}^1}$	$\ \mathbf{h}_1\ \sqrt{\alpha P s_3^1 + n_{21}^1}$
r_{n_2}	$\ \mathbf{h}_2\ \sqrt{\alpha P s_2^1 + n_{12}^1}$	$\ \mathbf{h}_2\ \sqrt{\alpha P s_4^1 + n_{22}^1}$

根据表 4, 强用户再解出自己的符号 s_1^1 、 s_2^1 、 s_3^1 、 s_4^1 , 分别得到它们的容量表达式, 即

$$\begin{aligned} C_S^{s_1^1} &= C_S^{s_3^1} = \text{lb}(1 + \alpha \rho \|\mathbf{h}_1\|^2) \\ C_S^{s_2^1} &= C_S^{s_4^1} = \text{lb}(1 + \alpha \rho \|\mathbf{h}_2\|^2) \end{aligned} \quad (9)$$

另一方面, 弱用户没有 SIC 过程, 而是把强用户的符号看成干扰, 直接解出自己的符号 s_1^2 与 s_2^2 。那么根据表 3, 得到它们的容量表达式, 即

$$C_W^{s_1^2} = C_W^{s_2^2} = \text{lb} \left(1 + \frac{\beta(\|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2)}{\alpha \frac{\|\mathbf{h}_1\|^4 + \|\mathbf{h}_2\|^4}{\|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2} + \frac{1}{\rho |a|^2}} \right) \quad (10)$$

实际上, 强用户只有在正确解出弱用户符号的条件下, 才能解出自己的符号, 所以弱用户的数据传输速率不能大于式(8)与式(10)中的较小者。通过比较式(8)与式(10), 容易得出式(8)大于式(10), 故而得到弱用户单位时间片的瞬时容量, 其表达式为

$$C_W = \text{lb} \left(1 + \frac{\beta(\|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2)}{\alpha \frac{\|\mathbf{h}_1\|^4 + \|\mathbf{h}_2\|^4}{\|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2} + \frac{1}{\rho |a|^2}} \right) \quad (11)$$

再根据式(9), 得到强用户单位时间片的瞬时容量, 其表达式为

$$C_S = \text{lb}(1 + \alpha \rho \|\mathbf{h}_1\|^2) + \text{lb}(1 + \alpha \rho \|\mathbf{h}_2\|^2) \quad (12)$$

3 性能分析

3.1 强用户的各态历经容量

由于各信道 IID, 因此 $\|\mathbf{h}_1\|^2$ 与 $\|\mathbf{h}_2\|^2$ 是 IID 的 2 个随机变量, 从而基于式(12), 强用户的各态历经容量计算式为

$$C_S^E = E\{C_S\} = 2E\{\text{lb}(1 + \alpha \rho \|\mathbf{h}_1\|^2)\} \quad (13)$$

用 $\zeta = \|\mathbf{h}_1\|^2$ 来简化符号, 则有 $\zeta = |h_{11}|^2 + |h_{12}|^2$ 。再利用 $|h_{11}|^2$ 和 $|h_{12}|^2$ IID, 且服从均值为 λ 的指数分布, ζ 的累积分布函数(CDF, cumulative distribution function)的计算式为

$$F_{\zeta}(x) = \int_0^x \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{t}{\lambda}} dt \int_0^{x-t} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{q}{\lambda}} dq = 1 - \left(1 + \frac{x}{\lambda}\right) e^{-\frac{x}{\lambda}}, \quad x > 0 \quad (14)$$

对式(14)求导, 得到 ζ 的概率密度函数(PDF, probability density function)为

$$f_{\zeta}(x) = \frac{x}{\lambda^2} e^{-\frac{x}{\lambda}}, \quad x > 0 \quad (15)$$

由于基站不知道 $\|\mathbf{h}_1\|^2$, 不能根据 $\|\mathbf{h}_1\|^2$ 的值来分配功率, 故而保持 α 不变, 即采用固定的功率分配方案^[3], 进而得到定理 1。

定理 1 系统强用户的各态历经容量为

$$C_S^E = \frac{2}{\ln 2} + \frac{2}{\ln 2} e^{\mu} (\mu - 1) E_i(-\mu) \quad (16)$$

其中, $\mu = \frac{1}{\alpha \rho \lambda}$, $E_i(\cdot)$ 为指数积分函数, 具体计算过程见附录 1。特别地, 当 $\rho \rightarrow \infty$ 时, 即 $\mu \rightarrow 0$, 利用 $e^{\mu} \approx 1$ 和 $E_i(-\mu) \approx \text{Ec} + \ln \mu$ (Ec 是欧拉常数), 可以得到式(16)的渐进表达式为

$$C_S^{Ea} = \frac{2}{\ln 2} (1 - \text{Ec} - \ln \mu) \quad (17)$$

3.2 弱用户的各态历经容量

注意到式(11)的复杂性, 简化其表达式, 得到弱用户瞬时的下界 C_W^l , 即

$$\begin{aligned} C_W &\geq C_W^l = \text{lb} \left(1 + \frac{\beta(\|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2)}{\alpha \frac{\|\mathbf{h}_1\|^4 + \|\mathbf{h}_2\|^4 + 2\|\mathbf{h}_1\|^2\|\mathbf{h}_2\|^2}{\|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2} + \frac{1}{\rho |a|^2}} \right) \\ &= \text{lb} \left(1 + \frac{\beta(\|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2)}{\alpha(\|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2) + \frac{1}{\rho |a|^2}} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

其中, 当且仅当 $\alpha=0$ 时取等号。用 $\zeta = \|\mathbf{h}_1\|^2 + \|\mathbf{h}_2\|^2$ 来简化表达式, 式(18)变为 ζ 的函数

$$C_W^l = \text{lb} \left(1 + \frac{\beta \zeta}{\alpha \zeta + \frac{1}{\rho |a|^2}} \right), \quad \zeta > 0, 0 < C_W^l < -\text{lb}(a) \quad (19)$$

接下来, 利用引理 1 来研究随机变量 ζ 。

引理 1 ζ 的 PDF 为

$$f_{\zeta}(x) = \frac{x^3}{6\lambda^4} e^{-\frac{x}{\lambda}}, \quad x > 0 \quad (20)$$

证明过程见附录 2。

在获得 ζ 的 PDF 后，弱用户的各态历经容量下界可以被确定。同样，功率分配因子 α 保持不变，利用引理 1，得到定理 2。

定理 2 系统弱用户的各态历经容量下界为

$$\begin{aligned} C_W^{EI} &= \int_0^{\infty} \text{lb} \left(1 + \frac{\beta x}{\alpha x + \frac{1}{\rho |a|^2}} \right) f_{\zeta}(x) dx \\ &= \frac{\beta \eta}{6 \ln 2} (4 - \alpha \eta - \eta) + \frac{e^{\alpha \eta}}{6 \ln 2} [(\alpha \eta)^3 - 3(\alpha \eta)^2 + 6(\alpha \eta) - 6] E_i(-\alpha \eta) - \\ &\quad \frac{e^{\eta}}{6 \ln 2} (\eta^3 - 3\eta^2 + 6\eta - 6) E_i(-\eta) \end{aligned} \quad (21)$$

其中， $\eta = \frac{\mu}{|a|^2}$ 。

3.3 弱用户的中断概率

在对时延敏感的业务中，基站以一个固定的数据传输速率为用户发送信息。因此给定弱用户的目标速率（由弱用户的 QoS 决定）为 R_w ($0 < R_w < -\text{lb}(\alpha)$)，再利用引理 1，得到定理 3。

定理 3 系统弱用户的中断概率上界为

$$\begin{aligned} P_W^{Ou} &= P\{C_w^l < R_w\} = P\{\zeta < \varepsilon\} = \int_0^{\varepsilon} f_{\zeta}(x) dx \\ &= 1 - \frac{1}{6} (\psi^3 + 3\psi^2 + 6\psi + 6) e^{-\psi} \end{aligned} \quad (22)$$

其中， $P\{\cdot\}$ 表示事件的概率， $\varepsilon = \frac{2^{R_w} - 1}{[\beta - \alpha(2^{R_w} - 1)]\rho |a|^2}$ ，

$\psi = \frac{\varepsilon}{\lambda}$ 。则当 $R_w \rightarrow -\text{lb}(\alpha)$ 时， $\varepsilon \rightarrow \infty$ ， $P_W^{Ou} \rightarrow 1$ ；而当 $\rho \rightarrow \infty$ 时， $\varepsilon \rightarrow 0$ ， $P_W^{Ou} \rightarrow 0$ 。事实上， $P_W^{Ou} \rightarrow 0$ 说明了弱用户的中断概率 P_W^O 也趋于 0，利用这个性质，分集阶数可以被推导，将其总结成定理 4。

定理 4 系统弱用户可以获得满的分集阶数，即分集阶数为 4。

证明 分集阶数 ϖ 为

$$\varpi = - \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\ln P_W^{Ou}}{\ln \rho} = - \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\ln \left[\int_0^{\varepsilon} f_{\zeta}(x) dx \right]}{\ln \rho} \quad (23)$$

利用洛必达法则，式(23)被计算为

$$\begin{aligned} \varpi &= - \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{(\ln \left[\int_0^{\varepsilon} f_{\zeta}(x) dx \right])'}{(\ln \rho)'} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varepsilon f_{\zeta}'(\varepsilon)}{\int_0^{\varepsilon} f_{\zeta}(x) dx} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{(\varepsilon f_{\zeta}'(\varepsilon))'}{\left(\int_0^{\varepsilon} f_{\zeta}(x) dx \right)'} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(1 + \frac{\varepsilon f_{\zeta}''(\varepsilon)}{f_{\zeta}'(\varepsilon)} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

为了解出式(24)，使用同阶无穷小的方法。经过麦克劳林公式展开， $f_{\zeta}(\varepsilon)$ 可以被表示为

$$f_{\zeta}(\varepsilon) = p_3 \varepsilon^3 + o(\varepsilon^3) \quad (25)$$

其中， p_3 表示 ε^3 的系数， $o(\varepsilon^3)$ 表示 ε^3 的高阶无穷小。此时，式(24)被推导为

$$\varpi = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(1 + \frac{3p_3 \varepsilon^3 + o(\varepsilon^3)}{p_3 \varepsilon^3 + o(\varepsilon^3)} \right) = 4 \quad (26)$$

证毕。

3.4 系统的吞吐量

在对时延敏感的业务中，与中断概率一样，吞吐量也是一个非常重要的评估标准。基于上面的分析，本节利用系统的吞吐量来描述系统的性能。系统的吞吐量被定义为

$$T = (1 - P_S^O) R_S + (1 - P_W^O) R_w \quad (27)$$

其中， P_S^O 表示强用户基于其目标速率 R_S 的中断概率， P_S^O [3] 被定义成

$$P_S^O = 1 - P \left\{ C_S^{s1} \geq R_w \cap C_S^{s1} \geq \frac{1}{2} R_S \cap C_S^{s2} \geq \frac{1}{2} R_S \right\} \quad (28)$$

这个定义说明强用户要先解出弱用户的信息，然后分别解出 2 根天线上的信息，才能保证没有中断发生。基于这个定义，将式(27)具体表示为

$$\begin{aligned} T &= P \left\{ C_S^{s1} \geq R_w \cap C_S^{s1} \geq \frac{1}{2} R_S \cap C_S^{s2} \geq \frac{1}{2} R_S \right\} \cdot \\ &\quad R_S + P\{C_w \geq R_w\} \cdot R_w \end{aligned} \quad (29)$$

由于本文没有分析强用户的中断概率，且只能推出弱用户的中断概率上界表达式，所以利用 Monte Carlo 方法来近似式(29)中的概率。为此，一个关于功率分配的优化算法被提出来最大化系统的吞吐量，即式(30)的优化问题。

$$\alpha^* = \arg \max_{\substack{\alpha + \beta = 1 \\ \alpha < \beta}} T(\alpha, \beta) \quad (30)$$

通过均匀在 [0, 0.5] 上取若干值作为 α ，并计算出对应的 $T(\alpha, \beta)$ 发现， $T(\alpha, \beta)$ 很可能是关于 α 的单峰函数，即单调性先增后减，因此使用黄金分割算法来求解 α^* 。其步骤如下所示。

步骤 1 初始化边界值, $\min=0$, $\max=0.5$ 。

步骤 2 如果 $\max-\min<\beta$, 算法结束, 得到解 $\alpha^* = \frac{\min+\max}{2}$; 否则转步骤 3。

步骤 3 令 $x_1=\min+0.382(\max-\min)$, $x_2=\min+0.618(\max-\min)$, 计算出 $T(x_1,1-x_1)$ 和 $T(x_2,1-x_2)$ 。

步骤 4 如果 $T(x_1,1-x_1)<T(x_2,1-x_2)$, $\min=x_1$; 如果 $T(x_1,1-x_1)=T(x_2,1-x_2)$, $\min=x_1$, $\max=x_2$; 否则, $\max=x_2$ 。再转步骤 2。

3.5 复杂性分析

本节将分析本文所提编码系统的复杂性。为了更直观反映本文编码系统的复杂性, 与只采用 V-BLAST 的编码系统做比较。事实上, 所提编码系统的复杂性主要体现在 Alamouti 码的分集过程, 所以下面分析基站端的发射分集和用户端的接收分集。

一方面, 根据表 1 知道, 在 2 个不同的时间片, 基站采用 Alamouti 码对弱用户发送了相同的信息, 而传统的 V-BLAST 只需要一个时间片, 即没有发射分集, 所以这种发射分集过程增加了发射机的复杂性。另一方面, 从第 2 节的分析知道, 在 2 个时间片后, 用户端使用了 MRC (接收分集技术) 来解码弱用户的信息, 而传统的 V-BLAST 在被接收机获取后, 就可以直接解码, 不需要接收分集, 那么这种接收分集过程必然增加了接收机的复杂性。

综上所述, 相较于传统的 V-BLAST, Alamouti 码的引入尽管给 MIMO-NOMA 系统带来了一些性能上的改善, 但同时也增加了系统中发射机和接收机的复杂性。

4 数值分析

通过 Matlab 软件对第 3 节的性能函数和优化算法进行数值仿真。为了更直观反映本文所推导表达式的精确性, 与相应的 Monte Carlo 仿真做比较。另外, 只采用 V-BLAST 的相同 MIMO-NOMA 系统 (为了叙述方便, MIMO-NOMA 系统称作系统 B, 编码系统称作系统 A, 且图 2~图 5 未标明所属系统均属于系统 A) 也参与仿真, 其目的是为了突出本文所提编码方案的性能特性。与大部分 NOMA 的文献一样, 为了反映 NOMA 的优越性, 采用本文所提编码方案的相同 MIMO 场景下的 OMA 系统 (时分多址系统, 称作系统 C) 被作为基准, 一起参与仿真。因此, 参照系统 A, 分别给出系统 B 与系统 C 中的对应性能函数和系统吞吐量, 如下所示。

1) 强用户的各态历经容量

$$\hat{C}_S^E = \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 2} e^\delta (\delta - 1) E_i(-\delta) \quad (31)$$

其中, $\delta = \frac{1}{\rho\lambda}$, 式(31)属于系统 C, 而系统 B 与系统 A 相同。

2) 弱用户的各态历经容量

$$\tilde{C}_W^E = \frac{2(\alpha\eta - 1)}{\ln 2} e^{\alpha\eta} E_i(-\alpha\eta) + \frac{2(1-\eta)}{\ln 2} e^\eta E_i(-\eta) \quad (32)$$

$$\hat{C}_W^E = \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 2} e^\nu (\nu - 1) E_i(-\nu) \quad (33)$$

其中, 式(32)属于系统 B, 而式(33)属于系统 C (下同), $\nu = \frac{1}{\rho\lambda |a|^2}$ 。

3) 弱用户的中断概率

$$\tilde{P}_W^0 = 1 - (\omega + 1)^2 e^{-2\omega} \quad (34)$$

$$\hat{P}_W^0 = P \left\{ \frac{1}{2} \text{lb}(1 + \rho |a|^2 (\|h_1\|^2 + \|h_2\|^2)) < R_W \right\} \quad (35)$$

其中, $\omega = \frac{\frac{R_W}{2} - 1}{[\beta - \alpha(2^{\frac{R_W}{2}} - 1)]\rho\lambda |a|^2}$, 式(35)与 Monte Carlo 方法近似。

4) 系统吞吐量

$$\tilde{T} = (1 - \tilde{P}_S^0)R_S + (1 - \tilde{P}_W^0)R_W \quad (36)$$

$$\hat{T} = (1 - \hat{P}_S^0)R_S + (1 - \hat{P}_W^0)R_W \quad (37)$$

其中, $\tilde{P}_S^0 = 1 - P \left\{ \text{lb} \left(1 + \frac{\|h_1\|^2 \beta}{\|h_1\|^2 \alpha + \frac{1}{\rho}} \right) \geq \frac{R_S}{2} \right\}$

$$C_S^{sj} \geq \frac{R_S}{2} \cap \text{lb} \left(1 + \frac{\|h_2\|^2 \beta}{\|h_2\|^2 \alpha + \frac{1}{\rho}} \right) \geq \frac{R_W}{2} \cap C_S^{sj} \geq \frac{R_S}{2} \}$$

与 Monte Carlo 方法近似, $\hat{P}_S^0 = 1 - (\varphi + 1)^2 e^{-2\varphi}$, $\varphi = \frac{2^{R_S} - 1}{\rho\lambda}$ 。

图 2 和图 3 分别表示强弱用户的各态历经容量与功率分配因子的关系曲线。图 2 表明, 在信噪比和信道统计特性一定 (基站发射总功率一定) 的条件下, 强用户的各态历经容量是功率分配因子 α 的单增函数, 而且所推导的理论表达式与 Monte Carlo 仿真的结果一致, 这验证了理论表达式的准确性。另外, 由于系统 A 与系统 B 对强用户采用相同的空

时码发送信息，所以 2 个系统中强用户的各态历经容量一样。OMA 系统没有功率分配，所以系统 C 的函数图像为水平线（下同）。图 3 出现同样的规律，即信噪比和信道统计特性一定时，随着 β 的增加，系统 A 中弱用户各态历经容量的下界(理论)、Monte Carlo 仿真和系统 B 中的弱用户各态历经容量也在增加。其原因就是随着基站对某用户的分配功率提高，其信噪比增加，各态历经容量也相应增加。

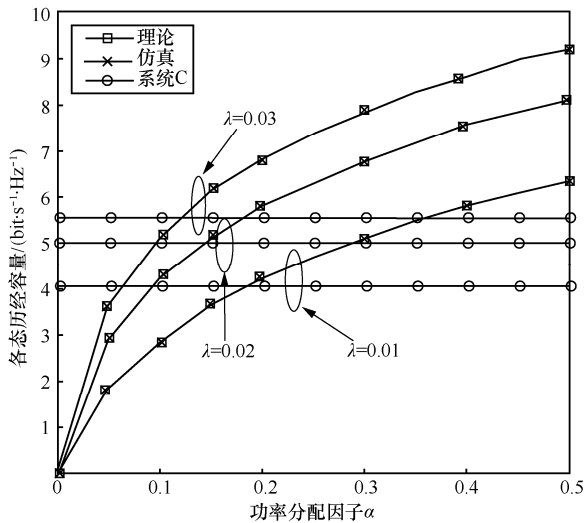


图 2 强用户各态历经容量与功率分配的关系 (SNR=30 dB)

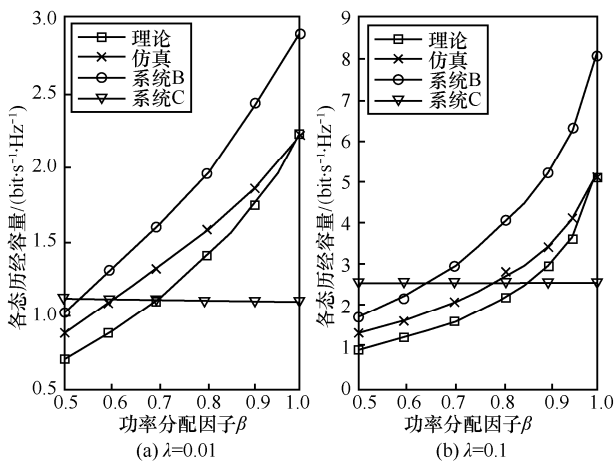


图 3 弱用户各态历经容量与功率分配的关系 (SNR=30 dB, |a|²=0.1)

图 3 中，系统 A 中弱用户各态历经容量的 Monte Carlo 仿真结果高于其理论下界，特别地，当 $\beta=1$ ($\alpha=0$) 时相等，这与上面的分析相一致。另一方面，系统 A 中的弱用户各态历经容量低于系统 B，其原因在于系统 A 对弱用户采用 Alamouti 码，经历了分集过程（将本可以发送新信息的信道用于重复发送旧信息），导致其弱用户各态历经容

量低于使用 V-BLAST 的系统 B。联合图 2 和图 3 发现，在信噪比为 30 dB、信道统计特性 $\lambda=0.01$ (图 3(a)) 条件下，当图 2 中 $\alpha=0.25$ (图 3 中 $\beta=0.75$) 左右时，系统 A 中强弱用户的各态历经容量均高于系统 C，这说明经过功率分配的 NOMA 系统要优于相应的 OMA 系统。

图 4 给出了信噪比为 30 dB、弱用户的目标速率 R_w 为 $0.5 \text{ bit}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1}$ 时的中断概率与功率分配因子 β 的关系曲线。从图 4 可以看出，随着 β 的增加，除了系统 C，其他的中断概率曲线均下降，这说明增加 NOMA 系统中基站对弱用户的分配功率可以减小弱用户的中断概率。但是不同编码方案的性能差异显著，其中，采用了传统 V-BLAST 的系统 B 的中断概率要远高于系统 A 和系统 C，这说明 Alamouti 码能够极大地降低弱用户的中断概率，而造成这种差别的原因就是 Alamouti 码的分集作用，即接收机可以利用接收到信息的多个独立副本来提高解出信息的成功率、降低中断概率。另外，在相同条件下，理论的中断概率上界高于相应的 Monte Carlo 仿真，这证明了理论推导的准确性。系统 C 的函数图像大部分高于系统 A 也证明了 NOMA 系统的优越性。

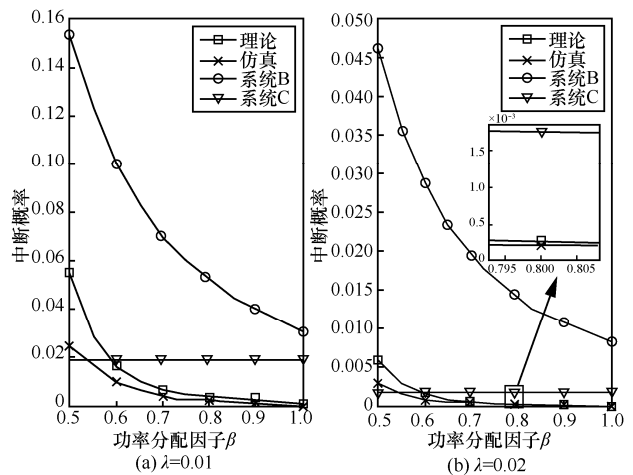


图 4 弱用户的中断性能与功率分配关系 (|a|²=0.1)

从图 2~图 4 可以发现，不论是各态历经容量，还是中断概率，较大的信道统计特性（信道条件较好）总能改善系统的性能，这是非常直观的。

在弱用户的目标速率 $R_w=1 \text{ bit}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1}$ 和强用户的目标速率 $R_s=1.2 \text{ bit}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1}$ 条件下，图 5 给出了不同功率分配的系统吞吐量比较。从图 5 可以看出，本文提出的算法有效地改善了系统的吞吐量。

特别地，在低信噪比时（20 dB 左右），系统 B 要优于系统 A；而在高信噪比时（30 dB 左右），系统 A 要优于系统 B。因为当信噪比较低时，2 个系统的中断概率均较大，但由于系统 A 的分集作用不明显以及系统 B 中弱用户的信息被平分成 2 个部分单独解码，因而系统 B 的中断概率相对较小，吞吐量较大；而随着信噪比的增加，2 个系统的中断概率均减小，但系统 A 由于分集阶数的作用，其中断概率减小得更加迅速，这导致在信噪比较高时，其中断概率要远小于系统 B，因而拥有较大的吞吐量。另外，若信噪比非常大，那么对于任何一种功率分配而言，几乎都没有中断发生，所以系统的吞吐量都趋于 $2.2 \text{ bit}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1}$ 。图 5 中系统 C 的系统吞吐量总是低于采用了所提功率分配算法的系统 A，这再次证明了 NOMA 系统的优越性。

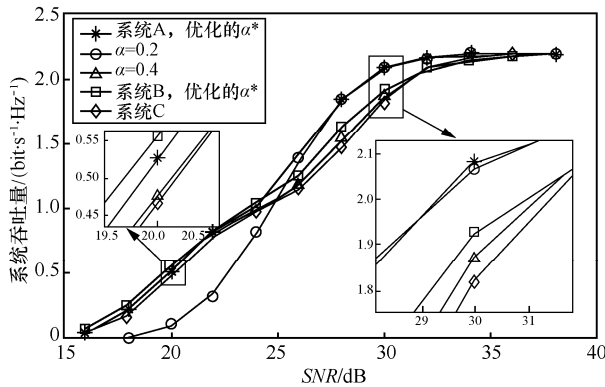


图 5 不同功率分配下的系统吞吐量比较 ($\lambda=0.01, |a|^2=0.1$)

5 结束语

本文针对 MIMO-NOMA 系统中配对弱用户较大的中断概率，提出用 Alamouti 码来改善弱用户中断性能的方案，并推导出所提模型中强用户各态历经容量的闭合表达式以及弱用户各态历经容量、中断概率的边界表达式，也提出了优化系统吞吐量的功率分配算法。数值仿真结果证明了所提算法的有效性，也表明虽然本文所提编码方案的弱用户各态历经容量差于采用 V-BLAST 的 MIMO-NOMA 系统，但是其弱用户的中断性能要远优于只采用 V-BLAST 的相同 MIMO-NOMA 系统，且当信噪比较高时，系统吞吐量也具有一定的优势。因此，本文所提编码方案能够极大地减小弱用户的数据误码率，适合对中断性能要求较高的弱用户。

附录 1 强用户各态历经容量的计算

$$\begin{aligned}
 E\{C_S\} &= 2 \int_0^\infty \text{lb}(1 + \alpha \rho x) f_\zeta(x) dx \\
 &= \frac{2}{\ln 2} \int_0^\infty \ln(1 + \alpha \rho x) \frac{x}{\lambda^2} e^{-\frac{x}{\lambda}} dx \\
 &= \frac{2}{\ln 2} \int_0^\infty \ln(1 + \alpha \rho \lambda y) y e^{-y} dy \\
 &= \frac{2}{\ln 2} \int_0^\infty \ln\left(1 + \frac{y}{\mu}\right) d(-y e^{-y} - e^{-y}) \quad (38)
 \end{aligned}$$

利用分部积分公式，式(38)被计算为

$$\begin{aligned}
 E\{C_S\} &= \frac{2}{\ln 2} \int_0^\infty \frac{y e^{-y} + e^{-y}}{\mu + y} dy \\
 &= \frac{2}{\ln 2} \int_\mu^\infty \frac{(m - \mu + 1)}{m} e^{-(m - \mu)} dm \\
 &= \frac{2}{\ln 2} e^\mu \int_\mu^\infty e^{-m} dm - \frac{2}{\ln 2} e^\mu (\mu - 1) \int_\mu^\infty \frac{e^{-m}}{m} dm \\
 &= \frac{2}{\ln 2} + \frac{2}{\ln 2} e^\mu (\mu - 1) \int_\mu^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx \\
 &= \frac{2}{\ln 2} + \frac{2}{\ln 2} e^\mu (\mu - 1) E_i(-\mu) \quad (39)
 \end{aligned}$$

计算完成，且弱用户的各态历经容量下界和中断概率上界的计算过程与此类似。

附录 2 引理 1 的证明

由式(15)可知，随机变量 $\|h_1\|^2$ 与 $\|h_2\|^2$ 的 PDF 为

$$f(x) = \frac{x}{\lambda^2} e^{-\frac{x}{\lambda}}, \quad x > 0 \quad (40)$$

因为 $\zeta = \|h_1\|^2 + \|h_2\|^2$ 且 $\|h_1\|^2$ 与 $\|h_2\|^2$ 相互独立，所以可用 2 个独立随机变量和的 PDF 是各自 PDF 卷积的方法来求取。ζ 的 PDF 被推导为

$$f_\zeta(x) = \int_0^x \frac{y}{\lambda^2} e^{-\frac{y}{\lambda}} \cdot \frac{x-y}{\lambda^2} e^{-\frac{x-y}{\lambda}} dy = \frac{x^3}{6\lambda^4} e^{-\frac{x}{\lambda}}, \quad x > 0 \quad (41)$$

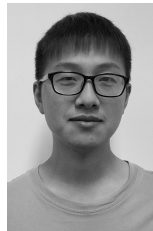
证毕。

参考文献:

- [1] RIAZUL S, AVAZOV N, DOBRE O, et al. Power-domain non-orthogonal multiple access (NOMA) in 5G systems: potentials and challenges[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2017, 19(2): 721-742.
- [2] DAI L, WANG B, YUAN Y, et al. Non-orthogonal multiple access for 5G: solutions, challenges, opportunities and future research trends[J]. IEEE Communications Magazine, 2015, 53(9): 74-81.
- [3] DING Z, ADACHI F, POOR H V. The application of MIMO to non-orthogonal multiple access[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(1): 537-552.

- [4] LAN Y, BENJEBBOUR A, CHEN X, LI A, et al. Considerations on downlink non-orthogonal multiple access (NOMA) combined with closed-loop SU-MIMO[C]//2014 8th International Conference on Signal Processing and Communication Systems (ICSPCS). 2014: 1-5.
- [5] HIGUCHI K, KISHIYAMA Y. Non-orthogonal access with random beamforming and intra-beam SIC for cellular MIMO downlink[C]// IEEE 78th Vehicular Technology Conference. 2013: 1-5.
- [6] LI M, HOSSAIN E, KIM D. Non-orthogonal multiple access (NOMA) for downlink multiuser MIMO systems: user clustering, beamforming, and power allocation[J]. IEEE Access, 2017, 5: 565-577.
- [7] KIM B, LIM S, KIM H. Non-orthogonal multiple access in a downlink multiuser beamforming system[C]// IEEE Military Communication Conference. 2013:1278-1283.
- [8] SEYAMA T, DATEKI T, SEKI H. Efficient selection of user sets for downlink non-orthogonal multiple access[C]//2015 IEEE 26th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC). 2015:1062-1066.
- [9] KIM J, KOH J, KANG J. Design of user clustering and precoding for downlink non-orthogonal multiple access (NOMA)[C]//IEEE Military Communication Conference (MILCOM). 2015:1170-1175.
- [10] SUN Q, HAN S, XU Z, et al. Sum rate optimization for MIMO non-orthogonal multiple access systems[C]//2015 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). 2015: 747-752.
- [11] LIU F, MAHONE P, PETROVA M. Proportional fairness-based user pairing and power allocation for non-orthogonal multiple access[C]//IEEE 26th Annual International Symposium Personal, Indoor, and Mobile Radio Communication (PIMRC). 2015:1127-1131.
- [12] OTO N, KISHIYAMA Y, HIGUCHI K. Performance of non-orthogonal access with SIC in cellular downlink using proportional fair-based resource allocation[C]//2012 International Symposium on Wireless Communication System (ISWCS). 2012:476-480.
- [13] TARIGHAT A, SADEK M, SAYED A H. Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(2): 461-471.
- [14] CHEN X, BENJEBBOUR A, LAN Y. Evaluations of downlink non-orthogonal multiple access (noma) combined with SU-MIMO[C]// IEEE 25th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC). 2014: 1887-1891.
- [15] ALAMOUTI S. A simple transmit diversity technique for wireless communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1998, 16(8): 1451-1458.
- [16] YANG Q, WANG H, LEE M. NOMA in downlink SDMA with limited feedback: performance analysis and optimization[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(10): 2281-2294.

[作者简介]



龚明言 (1992-), 男, 江苏淮安人, 南京邮电大学硕士生, 主要研究方向为非正交多址、天线分集。



杨震 (1961-), 男, 江苏苏州人, 南京邮电大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信中的通信与信号处理技术、新的压缩感知和非线性自适应语音信号处理理论。